

Министерство науки и высшего образования РФ  
Федеральное государственное автономное образовательное учреждение  
высшего образования  
«СИБИРСКИЙ ФЕДЕРАЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»  
**РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)**

Б1.О.18 Математическая логика

---

наименование дисциплины (модуля) в соответствии с учебным планом

Направление подготовки / специальность

02.03.01 Математика и компьютерные науки

---

Направленность (профиль)

02.03.01.31 Математическое и компьютерное моделирование

---

Форма обучения

очная

---

Год набора

2022

---

Красноярск 2023

## РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

Программу составили \_\_\_\_\_

Доктор физико-математических наук, Профессор, Рыбаков Владимир

Владимирович

должность, инициалы, фамилия

## 1 Цели и задачи изучения дисциплины

### 1.1 Цель преподавания дисциплины

Курс «математической логики» имеет целью дать студентам инструмент, применимый как к наукам о поведении (кибернетика, теория информации, теория систем), так и к чисто абстрактным наукам. Основной задачей является ознакомление студентов с алгеброй логики, пропозициональными логиками. Большое внимание уделяется вопросам применения полученных теоретических знаний к решению прикладных задач и умению формулировать прикладные задачи на языке алгебры логики и исчисления предикатов первого порядка.

### 1.2 Задачи изучения дисциплины

В итоге изучения дисциплины «дискретная математика и математическая логика» студент должен уметь:

- самостоятельно записывать в виде формулы алгебры высказываний, структуру сложного высказывания естественного языка, -строить таблицы истинности формул алгебры высказываний,
- строить формулу по заданной таблице булевой функции,
- приводить формулы исчисления высказываний к дизъюнктивной и конъюнктивной нормальным формам,
- приводить формулы исчисления предикатов к предварённой и сколемовской нормальным формам,
- строить выводы и доказательства в формальных исчислениях высказываний и предикатов,
- строить различные интерпретации для заданных множеств формул,
- строить вентильные, каскадные схемы и структурные автоматы, реализующие заданные булевы функции,
- самостоятельно работать с литературой по теории автоматов, теоретическим основам конструирования ПК, и т.д.

### 1.3 Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине (модулю), соотнесенных с планируемыми результатами освоения образовательной программы

| Код и наименование индикатора достижения компетенции   | Запланированные результаты обучения по дисциплине                                 |
|--|---|
| ОПК-1: Способен консультировать и использовать фундаментальные знания в области математического анализа, комплексного и функционального анализа алгебры, аналитической геометрии, дифференциальной геометрии и топологии, дифференциальных уравнений, дискретной математики и математической логики, теории вероятностей, математической статистики и случайных процессов, численных методов, теоретической механики в профессиональной деятельности |   |
| ОПК-1.8: Использует базовые фундаментальные знания в   | Основные факты главных разделов изучаемой дисциплины и наиболее значимые примеры. |

|   |   |
|---|---|
| области дискретной математики и математической логики и консультирует в данной предметной области | Применять строгие методы математической логики при решении прикладных задач.<br>Основными правилами логического вывода, понятиями и методами логической интерпретации любых изучаемых теорий. |
|---|---|

#### **1.4 Особенности реализации дисциплины**

Язык реализации дисциплины: Русский.

Дисциплина (модуль) реализуется без применения ЭО и ДОТ.

## 2. Объем дисциплины (модуля)

| Вид учебной работы                         | Всего,<br>зачетных<br>единиц<br>(акад.час) | е |
|--|--|---|
|  |  | 1 |
| <b>Контактная работа с преподавателем:</b> | <b>1,89 (68)</b>                           |   |
| занятия лекционного типа                   | 0,94 (34)                                  |   |
| практические занятия                       | 0,94 (34)                                  |   |
| <b>Самостоятельная работа обучающихся:</b> | <b>1,11 (40)</b>                           |   |
| курсовое проектирование (КП)               | Нет  |   |
| курсовая работа (КР)                       | Нет  |   |

### 3 Содержание дисциплины (модуля)

#### 3.1 Разделы дисциплины и виды занятий (тематический план занятий)

|  |   | Контактная работа, ак. час.    |                          |   |                          |  |                          |                                     |                          |
|--|---|--------------------------------|--------------------------|---|--------------------------|--|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|
| №<br>п/п                                   | Модули, темы (разделы) дисциплины   | Занятия<br>лекционного<br>типа |                          | Занятия семинарского типа                 |                          |  |                          | Самостоятельная<br>работа, ак. час. |                          |
|  |   |                                |                          | Семинары и/или<br>Практические<br>занятия |                          | Лабораторные<br>работы и/или<br>Практикумы |                          |                                     |                          |
|  |   | Всего                          | В том<br>числе в<br>ЭИОС | Всего                                     | В том<br>числе в<br>ЭИОС | Всего                                      | В том<br>числе в<br>ЭИОС | Всего                               | В том<br>числе в<br>ЭИОС |
| <b>1. Формальные логические исчисления</b> |   |                                |                          |   |                          |  |                          |                                     |                          |
|  | 1. Лекция 1. Формальная дедуктивная система гильбертовского типа. Язык, аксиомы, правила вывода. Алфавит, формулы, аксиомы, правила вывода формальной системы исчисления высказываний. Доказательства, доказуемые формулы ИВ. Примеры доказательств в ФСИВ.   | 2                              |                          |   |                          |  |                          |                                     |                          |
|  | 2. Лекция 2. Понятие вывода, примеры выводов. Теорема дедукции. Синтаксическая эквивалентность формул ИВ. Основные эквивалентности, доказуемые без использования аксиом, содержащих отрицание. Отрицание и константа «абсурд». Два способа введения отрицания в формальную систему исчисления высказываний. | 2                              |                          |   |                          |  |                          |                                     |                          |

|   |   |  |   |  |  |  |   |  |
|---|---|--|---|--|--|--|---|--|
| 3. Лекция 3. Доказательства эквивалентностей, использующих, аксиомы отрицания. Закон исключённого третьего и закон противоречия. Неклассические пропозициональные логики. Теорема о замене эквивалентных. Дизъюнктивная и конъюнктивная нормальные формы. Семантика ИВ. Непротиворечивость и полнота ИВ. Разрешимость ИВ. | 2 |  |   |  |  |  |   |  |
| 4. Семинары 1-3<br>Темы: 1-3.   |   |  | 6 |  |  |  |   |  |
| 5. Формальные логические исчисления   |   |  |   |  |  |  | 4 |  |
| <b>2. Исчисление предикатов</b>   |   |  |   |  |  |  |   |  |
| 1. Лекция 4. Формальная система исчисления предикатов ФС ИП. Аксиомы, правила вывода. Доказательства, доказуемые формулы ИП. Вывод из множества гипотез, теорема дедукции. Синтаксическая эквивалентность формул ИП.  | 2 |  |   |  |  |  |   |  |
| 2. Лекция 5. Основные эквивалентности ИП. Пренексная и предварённая нормальная форма формул ИП. Непротиворечивость ИП – формальное сведение к непротиворечивости ИВ.  | 2 |  |   |  |  |  |   |  |
| 3. Семинары 4-5<br>Темы: 4-5.   |   |  | 4 |  |  |  |   |  |
| 4. Исчисление предикатов  |   |  |   |  |  |  | 4 |  |
| <b>3. Основы теории моделей</b>   |   |  |   |  |  |  |   |  |

|  |   |  |   |  |  |  |    |  |
|--|---|--|---|--|--|--|----|--|
| 1. Лекция 6. Операции, отношения, алгебраические системы. Язык логики предикатов, вычисление значений термов и формул логики предикатов на алгебраической системе. Выполнимость и истинность формул логики предикатов на алгебраической системе и на классе алгебраических систем. Логическое следствие. | 2 |  |   |  |  |  |    |  |
| 2. Лекция 7. Аксиоматизируемые и конечно аксиоматизируемые классы алгебраических систем. Теории, непротиворечивые и полные теории. Теорема о существовании модели.   | 2 |  |   |  |  |  |    |  |
| 3. Лекция 8. Теорема Гёделя о полноте. Принцип компактности Мальцева. Полнота ИП. Теорема Эрбрана.   | 2 |  |   |  |  |  |    |  |
| 4. Лекция 9. Применения принципа компактности. Нестандартные модели арифметики и анализа. Сравнение принципа трансфинитной и полной математической индукции.   | 2 |  |   |  |  |  |    |  |
| 5. Семинары 6-9<br>Темы: 6-9.  |   |  | 8 |  |  |  |    |  |
| 6. Основы теории моделей   |   |  |   |  |  |  | 12 |  |
| <b>4. Основы теории алгоритмов</b>   |   |  |   |  |  |  |    |  |
| 1. Лекция 10. Машины Тьюринга. Определение машины Тьюринга. Операции на множестве машин Тьюринга. Машины Тьюринга для выполнения простейших операций: копирование, стирание, сдвиг, сравнение с 0, увеличение числа на 1.  | 2 |  |   |  |  |  |    |  |



|   |   |  |    |  |  |  |    |  |
|---|---|--|----|--|--|--|----|--|
| 2. Лекция 11. Машины Тьюринга для правильного вычисления основных функций. Машина Тьюринга для суперпозиции функций. Тезис Тьюринга. Неразрешимые множества, проблема остановки.  | 2 |  |    |  |  |  |    |  |
| 3. Лекция 12. Рекурсивные функции. Простейшие функции. Операции примитивной рекурсии и минимизации. Рекурсивность арифметических операций. Операции ограниченного суммирования и мультиплицирования. Ограниченный $\mu$ -оператор. Рекурсивность основных арифметических функций. Кусочное задание функций. Нумерация кортежей. | 2 |  |    |  |  |  |    |  |
| 4. Лекция 13. Машины Тьюринга для примитивной рекурсии и минимизации. Тезис Чёрча. Совпадение двух понятий алгоритма. Функции, универсальные для данного класса функций. Универсальные машины Тьюринга.   | 2 |  |    |  |  |  |    |  |
| 5. Лекция 14. Невозможность доопределения частично рекурсивных функций до общерекурсивных. Функция Аккермана. Теорема Радо. Рекурсивные и рекурсивно перечислимые множества. Теорема Поста - Маркова.   | 2 |  |    |  |  |  |    |  |
| 6. Семинары 10-14<br>Темы: 10-14.   |   |  | 10 |  |  |  |    |  |
| 7. Основы теории алгоритмов   |   |  |    |  |  |  | 16 |  |
| <b>5. Приложения к основаниям математики</b>  |   |  |    |  |  |  |    |  |
| 1. Лекция 15. Формальная арифметика. Система аксиом. Арифметические функции и отношения. Арифметизация. Гёделевы номера. Неполнота и неразрешимость формальной арифметики. Неразрешимость исчисления предикатов.  | 3 |  |    |  |  |  |    |  |

|  |    |  |    |  |  |  |    |  |
|--|----|--|----|--|--|--|----|--|
| 2. Лекция 16. Аксиоматическая теория множеств.<br>Система аксиом. Порядковые числа. Равномощность.<br>Конечные и счётные множества. Теорема Хартогса.<br>Начальные порядковые числа. Арифметика порядковых чисел. Аксиома выбора. Аксиома ограничения. | 3  |  |    |  |  |  |    |  |
| 3. Семинары 15-16  |    |  | 6  |  |  |  |    |  |
| 4. Приложения к основаниям математики  |    |  |    |  |  |  | 4  |  |
| Всего  | 34 |  | 34 |  |  |  | 40 |  |

#### **4 Учебно-методическое обеспечение дисциплины**

##### **4.1 Печатные и электронные издания:**

1. Ершов Ю.Л., Палютин Е.А. Математическая логика: учебное пособие().
2. Клини С. К., Минц Г. Е. Математическая логика: пер. с англ.(Москва: Мир).
3. Лавров И. А., Максимова Л. Л. Задачи по теории множеств, математической логике и теории алгоритмов(Москва: Наука, Гл. ред. физ.-мат. лит.).

##### **4.2 Лицензионное и свободно распространяемое программное обеспечение, в том числе отечественного производства (программное обеспечение, на которое университет имеет лицензию, а также свободно распространяемое программное обеспечение):**

1. Специальное программное обеспечение в учебном процессе по данной дисциплине не используется.
- 2.

##### **4.3 Интернет-ресурсы, включая профессиональные базы данных и информационные справочные системы:**

1. Для самостоятельной работы у студентов должен быть доступ к электронному каталогу НБ СФУ.

#### **5 Фонд оценочных средств**

Оценочные средства находятся в приложении к рабочим программам дисциплин.

#### **6 Материально-техническая база, необходимая для осуществления образовательного процесса по дисциплине (модулю)**

Необходима аудитория, оборудованная доской.

Освоение дисциплины инвалидами и лицами с ограниченными возможностями здоровья, в зависимости от нозологий, осуществляется с использованием средств обучения общего и специального назначения.